

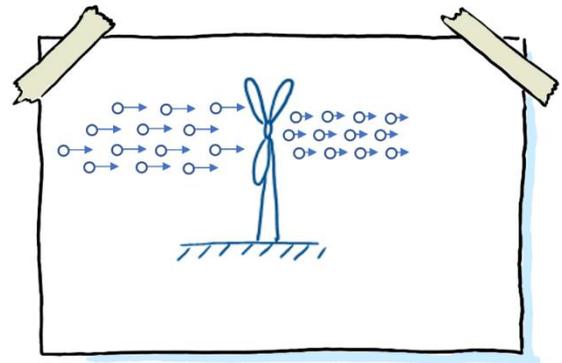
Wind of Change oder The Answer Is Blowing in The Wind

- Warum werden die Windräder in den letzten Jahren immer höher und größer?
- Wie viel Energie können wir in Deutschland mit Windkraft gewinnen?

Aufgabe 1:

Was ist Wind und wie wird daraus elektrische Energie?

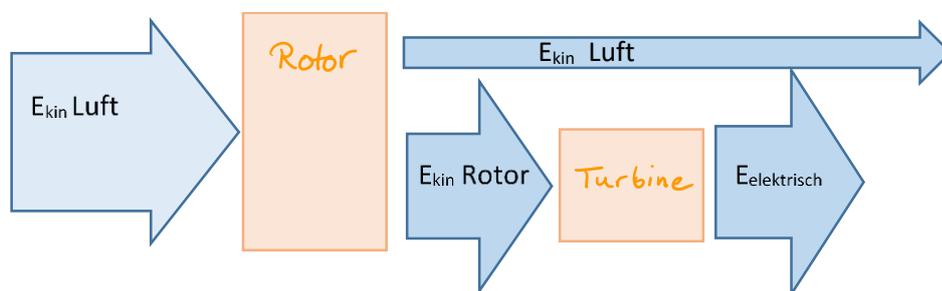
- a) Das folgende Video von Terra X erklärt, was Wind ist. <https://kurzelinks.de/cqcu>
Ergänze die Sketchnote ► 1, indem du die strömenden Luftteilchen vor und nach dem Windrad so einzeichnest, dass man erkennen kann, dass an das Windrad Energie übertragen wird.
- b) Schon 1919 wurde bewiesen (durch den deutschen Physiker Albert Betz), dass nur maximal 59% der Windenergie in elektrische Energie umgewandelt werden können. Die Grundidee dazu kann man gut nachvollziehen. Betrachte Graphik ► 3. Was würde passieren, wenn ein Windrad 100% der Windenergie in elektrische Energie umwandeln würde? Führe diesen Gedanken weiter und erkläre, warum der Wert deutlich unter 100% liegen muss.



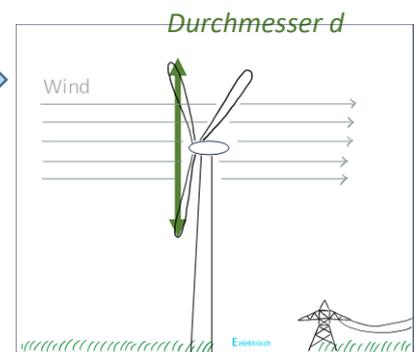
► 1 Sketchnote Windrad

Wenn 100% der kinetischen Energie in elektrische Energie umgewandelt wird, dann kommt der Luftstrom zum Stehen. Die Luft „steht dann hinter“ dem Rotor und verhindert ein Nachfließen der weiteren Luft. Damit endet der Prozess. Der Wirkungsgrad muss deutlich unter 100% liegen, damit genug Luft abströmen kann.

- c) Beschrifte das Energieflussdiagramm einer Windkraftanlage ► 2. (ohne thermische Verluste)



► 2 Energieflussdiagramm zum Windrad



► 3 Windrad

Aufgabe 2:

Wie viel elektrische Energie erzeugt ein einzelnes Windrad am Tag?

- a) Um die kinetische Energie der Luft zu berechnen, muss man Werte des Windrads und seiner Umgebung kennen. Die Tabelle enthält dazu mögliche Werte:

Rotordurchmesser	d = 100m
Mittlere Windgeschwindigkeit	v = 6,5 m/s
Masse der Luft pro Tag	m = 5,52 · 10 ⁹ kg

Zeichne in Grafik ▶ 3 den Rotordurchmesser ein und prüfe mithilfe einer [Windkarte](#), ob eine Windgeschwindigkeit von 6,5 m/s realistisch ist, wenn die Windräder hoch genug sind.

Hinweis: Ein Windrad mit d=100m ist eher klein.

(Für Schnelle: Mit dem Extrablatt kannst du nachvollziehen, wie die Masse an Luft bestimmt wurde)

- b) Berechne nun die kinetische Energie der Luft vor dem Windrad bezogen auf 1 Tag.

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 5,52 \cdot 10^9 \text{ kg} \cdot \left(6,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 1,17 \cdot 10^{11} \text{ J} = 3,2 \cdot 10^4 \text{ kWh pro Tag}$$

$$(5,52 \cdot 10^9 \text{ kg} = 1,24 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2500 \text{ m}^2 \pi \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} \cdot 6,5 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

siehe Formel aus Extrablatt 1b)

$$E_{kin \text{ Luft}} = \underline{\underline{1,17 \cdot 10^{11}}} \text{ J pro Tag} = \underline{\underline{3,2 \cdot 10^4}} \text{ kWh pro Tag}$$

- c) Außerdem nehmen wir an, das Windrad würde 50% in elektrische Energie umwandeln. Bestimme, welche elektrische Energie in kWh erzeugt werden würde.

$$E_{elektrisch} = \underline{\underline{50\% \cdot E_{kin}}} = \underline{\underline{0,585 \cdot 10^{11} \text{ J pro Tag}}} = \underline{\underline{1,6 \cdot 10^4 \text{ kWh pro Tag}}}$$

- d) Bestimme nun, die Geschwindigkeit der Luft, nachdem diese durchs Windrad geströmt ist und begründe, warum man große Abstände zwischen den Windrädern einhalten muss.

$$E_{kin_Win_nach_Windrad} = E_{ges} - E_{el} = 0,585 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

$$E_{kin_Win_nach_Windrad} = \frac{1}{2}mv^2$$

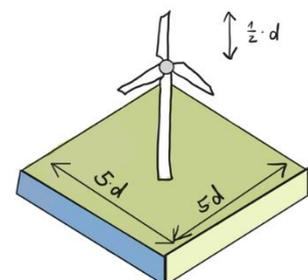
$$v_{wind_nach_windrad} = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,585 \cdot 10^{11} \text{ J}}{5,52 \cdot 10^9 \text{ kg}}} = 4,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Aufgabe 3:

Wie viel Windräder passen auf einen km²?

- Windräder müssen Abstände einhalten (vgl. 2d)
- Als Faustregel gilt: Jedes Windrad mit Rotordurchmesser d beansprucht ein Quadrat mit der Kantenlänge 5 · d, da die Windgeschwindigkeit sonst zu gering ist.

Wie viele Windräder (d=100m) passen auf 1 km² = 1 · 10⁶ = 4 · 250 000 m².



▶ 4 Abstände

Anzahl = 4

Aufgabe 4:

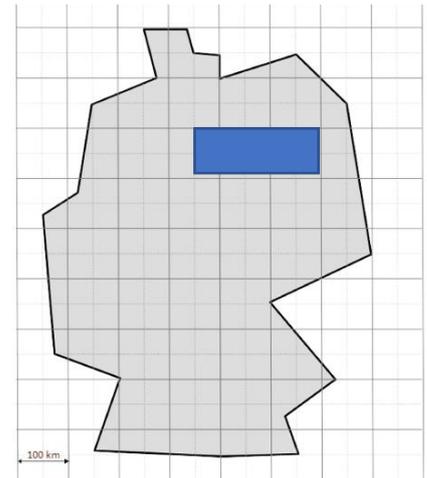
Wie viel kWh el. Energie kann in Deutschland **an Land** pro Tag pro Person gewonnen werden?

- a) Berechne mit Hilfe des Ergebnisses aus 2c die elektrische Energie in kWh, die auf 1km² innerhalb eines Tages erzeugt werden kann.

$$E_{\text{ges}} = 1,6 \cdot 10^4 \cdot 4 \text{ kWh} = 6,4 \cdot 10^4 \text{ kWh pro km}^2 \text{ pro Tag}$$

- b) Wie viel Landfläche für Windkraft genutzt wird, ist eine politische Entscheidung. Zum Beispiel könnten 25000 km² auf der Landfläche von Deutschland genutzt werden. Färbe eine entsprechend große Fläche an beliebiger Stelle in der nebenstehenden Karte ein.
(Landesfläche Deutschland = 357.588 km²)
Erscheint dir der Wert realistisch?

Ein großes Kästchen entspricht bei einer Kantenlänge von 100 km einer Fläche von 100 km • 100 km = 10000 km².



- c) Berechne mit dem Ergebnis aus 4a) die Windenergie auf dieser Fläche!

$$E_{\text{ges}} = 6,4 \cdot 10^4 \frac{\text{kWh}}{\text{km}^2} \cdot 25000 \text{ km}^2 = 1,6 \text{ Mrd kWh am Tag}$$

Berechne nun die Anzahl der dafür benötigten Windkraftanlagen!
Anzahl= 100 000

- d) Berechne die Energie pro Person und Tag, die die Windenergie am Land (Onshore) in Deutschland bereitstellen kann.

$$E_{\text{Onshore}} = \frac{1600000000 \text{ kWh}}{80000000} = 20 \text{ kWh pro Tag pro Person}$$

Dieser Wert vergrößert sich deutlich durch die Windkraftanlagen im Meer (Offshore).

► 5 Deutschlandkarte

Aufgabe 5:

Wie viel kWh el. Energie kann in Deutschland **insgesamt** pro Tag pro Person gewonnen werden?

- a) Offshore (also im Meer) ist die Windgeschwindigkeit größer, deshalb kann pro km² doppelt so viel Energie gewonnen werden. Es stehen ca. 12 500 km² zur Verfügung Schätze die durch Offshore Windkraft bereitgestellt Energie mithilfe von Aufgabe 4 ab. (Geht auch ohne Taschenrechner 😊)

$$E_{\text{Offshore}} = 20 \text{ kWh pro Tag pro Person}$$

Die Energie ist wieder 20 kWh pro Tag und Person, da die Fläche halb so groß die Energie aber doppelt so groß ist.

Anmerkung: Windräder mit d = 100 sind relativ klein. Mit größeren Windkraftanlagen braucht man weniger Windräder für die gleiche Leistung, aber auch immer größere Abstände! Berechnungen von Wissenschaftlern zeigen, dass man mit ca. 40 000 hohen Windkraftanlagen und der gleichen Landfläche auf etwa die gleiche Energie pro Person und pro Tag kommt, wie wir in Aufgabe 4d berechnet haben. Dazu brauchen wir noch 20 000 Windräder im Meer.

- b) Bestimme aus deinen Ergebnissen von 4d und 5a die Gesamtenergie E_{gesamt} .

$$E_{\text{gesamt}} = 40 \text{ kWh pro Tag pro Person}$$

- c) Vergleiche den Wert mit dem Energiebedarf von Deutschland (Primärenergiebedarf: ca. 120 kWh pro Tag pro Person bzw. Endenergiebedarf: 85 kWh pro Tag pro Prs.)
Immerhin 1/3 der Primärenergie kann so gewonnen werden

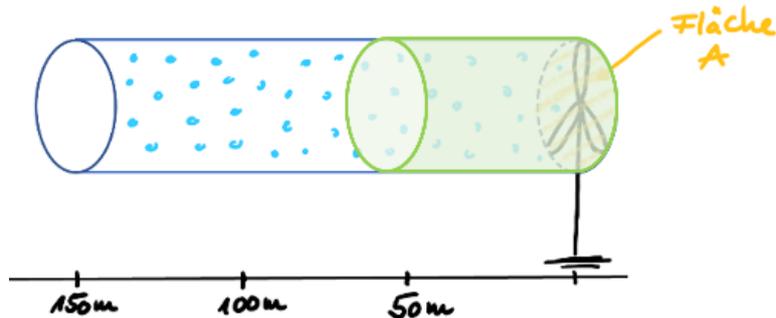
Aufgabe 6:

Was bringt die Zukunft?

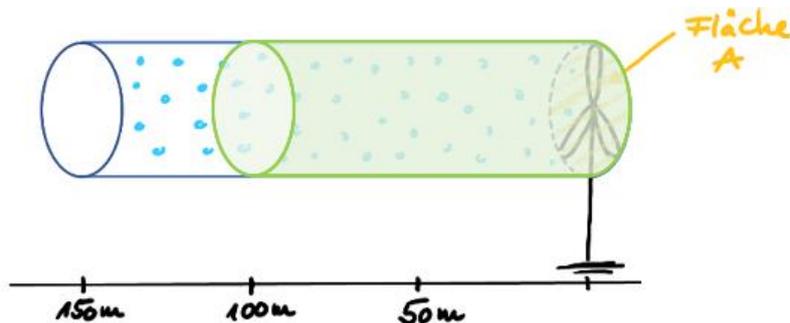
Vor einigen Jahrzehnten waren Windkraftanlagen nur in Küstenregionen sinnvoll. Deshalb gibt es die Unterscheidung Onshore und Offshore! Heute werden die Windräder jedoch höher, sodass sie zum einen in Regionen mit höherer Windgeschwindigkeit reichen und andererseits größere Rotorblätter möglich sind. Beides ändert die Masse der durchströmenden Luft entscheidend.

Die Masse, die in einem Tag durch das Windrad strömt, wurde in Aufgabe 2a vorgegeben (siehe Extrablatt), denn sie hängt von mehreren Faktoren ab. Wir müssen dazu abschätzen, wie viele Luftteilchen pro Stunde das Windrad treffen.

Der blaue Schlauch in der untenstehenden Grafik zeigt den Luftstrom, der durch die Rotorblätter strömt.



- a) Markiere in der Grafik, die Luftteilchen, die in 10s den Rotor erreichen werden ($v = 6,5 \text{ m/s}$). Welche Luftteilchen erreichen den Rotor, wenn $v = 13 \text{ m/s}$ gilt.



- b) Erkläre nun, warum die Teilchenanzahl und somit die Masse von der Windgeschwindigkeit abhängt. Die Grafik hilft dir zu erkennen, wovon die Masse zusätzlich abhängt.

Je größer die Windgeschwindigkeit ist, desto mehr Teilchen erreichen pro Sekunde das Rotorblatt und können kinetische Energie übertragen. Die Masse hängt außerdem ab von der Fläche bzw. dem Rotordurchmesser.

- c) Erkläre warum größere Windräder eine höhere Leistung bringen.

Größere Windräder können größere Rotorblätter besitzen und erreichen Höhe mit höherer Windgeschwindigkeit und stabilem Windstrom.

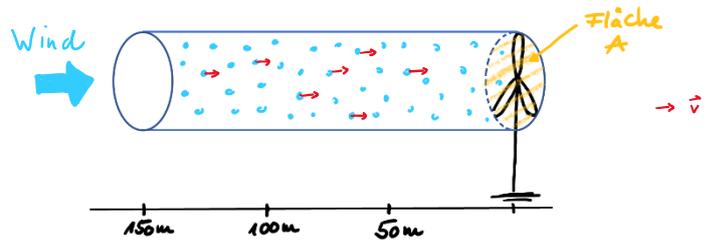
In Zukunft werden große Windräder in großen Abständen in allen Bundesländern aufgebaut und wesentlich zu unserer Energieversorgung beitragen!

Extrablatt für Extraschnelle!

Aufgabe 1: Herleitung der Formel für die Masse der Luft

- a) Gib zunächst die Formel für E_{kin} an, so wie du sie aus dem Unterricht kennst:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$$



Um die Masse des Luftstroms berechnen zu können, verwendet man die folgende Formel:

$$m = A \cdot v \cdot t \cdot \rho$$

A ist die Fläche, die die Rotoren

v ist die Windgeschwindigkeit.

ρ ist die Dichte der Luft ($1,25 \frac{kg}{m^3}$)

t ist die Zeitdauer, wie lange der Wind die Windkraftanlage antreibt.

(Für Neugierige: Die Herleitung dieser Formel findest du in den Lösungen.)

- b) Versuche nun die Formeln miteinander so zu kombinieren, dass für die kinetische Energie des Windes mit der oben genannten Massenformel gilt:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot A \cdot v^3 \cdot t \cdot \rho$$

- c) Für Interessierte: Leite die Formel für die Masse her.

LÖSUNG	
Herleitung der Formel für die Masse:	
Für eine sinnvolle Abschätzung der Masse stellen wir uns den Luftstrom als Zylinder vor, der mit der Geschwindigkeit v das Windrad durchdringt.	
Für die Dichte der kalten Luft nehmen wir als Mittelwert $\rho = 1,25 \frac{kg}{m^3}$.	
Dichte:	$\rho = \frac{Masse}{Volumen}$ $\rho = \frac{m}{V} \quad \cdot V$ $m = \rho \cdot V \quad (*)$
Nun brauchen wir das Volumen des Luftzylinders	
Volumen	$V = Grundfläche \cdot Höhe = Fläche \text{ des Windrads} \cdot Länge \text{ des Schlauches}$ $V = A \cdot l \rightarrow \text{in } (*)$ $m = \rho \cdot A \cdot l \quad (**)$
Denn das Schlauchende bewegt sich ja näherungsweise mit einer Geschwindigkeit v nach hinten weg.	

Geschwindigkeit

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}}$$

$$v = \frac{l}{t} \quad | \cdot t$$

$$l = v \cdot t \quad \rightarrow \text{in (**)}$$

Masse:

$$m = \rho \cdot A \cdot v \cdot t = A \cdot v \cdot t \cdot \rho$$

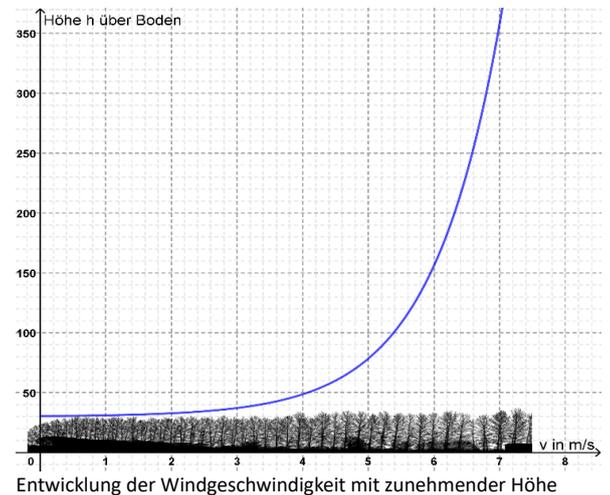
Aufgabe 3:

Nun versuchen wir, ein Gefühl dafür zu bekommen, welche Auswirkungen diese Formel hat.

- a) Nenne diejenigen in der Formel verwendeten Größen, die von der Bauart des Windrades abhängen.

Fläche und Narbenhöhe und damit die Geschwindigkeit siehe Grafik

- b) Wie ändert sich die kinetische Energie wenn die Masse gleichbleibt, wenn man die Geschwindigkeit verdoppelt ($2 \cdot v$)? Fülle die Lücken aus.



Die kinetische Energie ist bei doppelter Geschwindigkeit *vielfach* so groß wie zuvor.

Kurzschreibweise: $E_{\text{kin}, 2 \cdot v} = 2^2 \cdot E_{\text{kin}} = 4 \cdot E_{\text{kin}}$

Wie verändert sich daher die kinetische Energie, die auf ein Windrad übertragen wird, wenn sich die Windgeschwindigkeit verdoppelt?

$$E_{\text{kin, Wind } 2 \cdot v} = 2^3 \cdot E_{\text{kin, Wind}} = 8 \cdot E_{\text{kin}}$$

- c) Nehmen wir an, der Betreiber ersetzt eine bestehende Anlage (Nabenhöhe 80 m; Durchmesser $d = 50$ m) durch eine neue Anlage (Nabenhöhe = 250 m; Durchmesser = 200 m), dann ändert sich dadurch einerseits die Fläche und andererseits die Windgeschwindigkeit. An der oberen Grafik siehst du, dass damit die Windgeschwindigkeit um ca. den Faktor 1,2 zunimmt.

$d' = 200 \text{ m}$, $d = 50 \text{ m}$ und $v' = 1,2 \cdot v$, damit ist $A' = 16 \cdot A$ und damit

$$E' = \frac{1}{2} \rho \cdot A' \cdot t \cdot v'^3 = 16 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot 1,2 \cdot E = 27,6 E$$

Größere Windräder bringen einen sehr viel größeren Ertrag, da die Windgeschwindigkeit mehr als quadratisch eingeht.

$E_{\text{kin neu}} = 4,8 \cdot E_{\text{kin alt}}$

$E_{\text{kin neu}} = 19,2 \cdot E_{\text{kin alt}}$

$E_{\text{kin neu}} = 27,6 \cdot E_{\text{kin alt}}$

- d) Fülle die Lücken aus:

größere Höhe \rightarrow *größere* Windgeschwindigkeit

Größere Windräder

größere Rotoren \rightarrow *größere Fläche* \rightarrow *größere Luftmasse* m_{Luft}

Bei doppelter Windgeschwindigkeit, verdoppelt sich die Luftmasse. Wenn v_{Wind} verdoppelt wird, dann ist die E_{kin} des Windes *achtmal* Mal so groß.